



В.М. Аленичев
д-р техн. наук
Институт горного дела УрО РАН
главный научный сотрудник
alenichev@igduran.ru



М.В. Аленичев
Уральский государственный горный
университет
аспирант
alenichev@mail.ru



А.Б. Уманский
канд. техн. наук
Уральский федеральный
университет
доцент
pdwn1982@yandex.ru

Учет пространственной связи геоданных при создании моделей россыпей

В статье представлен алгоритм расчета значений атрибутивных признаков в пространстве месторождения на основе анализа сети разведочных данных с использованием корреляционной матричной функции, а также формирования области пространственной корреляции атрибутивного признака относительно рассчитываемой точки. Выделение закономерной составляющей производится на фоне полинома, характеризующего изменение признака вдоль выделенных направлений. Необходимая степень тренда устанавливается на основе принципа самосогласования. Предложенная математическая модель позволяет проанализировать размещение исследуемых признаков и провести технологическое картирование россыпей в 3D

This article presents an algorithm to calculate the value of attribute characters in the space field-based network analysis of exploration data using the correlation matrix function, the formation of the field of spatial correlation attributive indication as calculated point. Allocation is made on a legitimate component of the polynomial background to indicate changes sign along specific directions. The necessary degree of trend is established based on the principle of self-consistency. Proposed a mathematical model to analyze the placement of the studied traits and conduct technological mapping placers in 3D

Ключевые слова: геостатистика; корреляция; полувариограмма; самосогласованный тренд; цифровая модель
Keywords: geostatistics; correlation; semi-variogram; self-consistent trend; digital model

Корректное отображение горно-геологических данных в цифровой модели месторождения зависит от используемых математических методов и физического описания. Проблема моделирования месторождений особенно актуальна для обоснования физико-химических геотехнологий, когда изучение геологической среды в межскважинном пространстве, процессов гидродинамики и физико-химического взаимодействия растворов с полезным ископаемым и породой является, по сути, главной задачей.

Известные программные средства, разработанные ведущими компаниями и получившие распространение на территории Российской Федерации, используются при проектировании и эксплуатации месторождений. В результате экспертизы, проведенной в Роснедра, было выявлено использование в западных программных продуктах прикладной математики 20–30-летней давности. В результате программные продукты не получили положительной оценки и не были рекомендованы федеральным агентством по недропользованию к повсеместному применению.

В качестве теоретических основ прогнозирования количественно-качественных признаков в пространстве месторождения рекомендуется использовать методы геостатистики, которые до последнего времени рассматривались как мощный и многократно проверенный инструмент для получения достоверной горно-геологической информации. Полувариограмма и крайгинг, являясь основными инструментами геостатистики для определения пространственной корреляции и оценки неизвестных значений между произвольно размещенными реальными данными наблюдений, имеют недостатки:

- оценка неизвестной пространственной корреляционной функции осуществляется с помощью построения полувариограмм, подгоняемых к одной из стандартных моделей, т.е. интерпретация полувариограмм остается сугубо субъективной процедурой;
- предположение о стационарности исследуемых переменных противоречит отклонению трендовых значений от среднего в разных частях месторождения, что делает невозможным применение точечного крайгинга, а использование универсального или других видов крайгинга приводит к сложным многократным расчетам с последовательным приближением к «истинному» значению, которое также является субъективным;
- эффективность применения инструментов геостатистики определяется квалифика-

цией специалиста, что на практике часто приводит к разбросу оценок по причине использования различных моделей полувариограмм и разных видов крайгинга.

Необходимо также отметить, что применение геостатистических методов при составлении проекта разработки месторождения зачастую невозможно из-за редкой сети разведочных скважин, когда параметры сети превышают радиус генетического влияния проб. Оценить структуру изменчивости рудных тел по данным разведки с помощью полувариограмм и корреляционных функций сложно, что ограничивает области применения геостатистики, при этом использование даже обычной интерполяции невозможно. Поэтому серьезные ограничения геостатистической теории оставляют актуальной проблему поиска и развития новых математических моделей и методов оценки геоданных. Разработанные методики должны сводить к минимуму субъективный фактор во избежание существенных отличий результатов анализа одной и той же выборки данных.

Следует отметить, что использование геостатистической теории дает существенный эффект при обработке интегральной информации, пополняемой за счет данных, получаемых в процессе эксплуатации месторождения. Основополагающим при этом является выбор модели для экспериментальной функции, имеющей большое значение для корректного решения всех последующих практических задач, связанных с моделированием горного массива и оценкой его изменчивости в технологическом потоке. В свою очередь выбор этих функций ограничен наиболее распространенными функциями: линейной, логарифмической, экспоненциальной, показательной, сферической (наиболее универсальной) и гауссовской. Привлечение более сложных функций не всегда сопровождается повышением точности моделирования. Аппроксимация экспериментальной ковариограммы моделью, включающей два участка кривых, приводит к необходимости проверки адекватности разными способами, наиболее распространенный из которых – визуальная подгонка модели. Использование этого метода оправдано в том случае, когда вокруг выбранной за основу функции существует область, в пределах которой функция незначительно влияет на изменение оценки крайгинга. При наличии достаточно широкой области применения визуального метода оценки признается оправданным.

Использование метода наименьших квадратов, имеющего ряд статистических ограни-

чений, затрудняет, как правило, объективную оценку полученных результатов.

В процессе прогнозирования минерально-сырьевых и технологических показателей на горных предприятиях важным является установление пространственно-временных и атрибутивных связей разнородных геоданных. Многочисленные выборки геоданных отражают состояние геоинформационных систем горного предприятия разного иерархического уровня как совокупностей структурно связанных и взаимодействующих между собой геологических и технологических объектов.

Установлено, что корреляционная связь геоданных в наиболее полном объеме может быть выражена матричной корреляционной функцией. Элементом связности этих данных является матричная корреляционная функция вдоль пространственного или временного профиля. На основе профильных корреляций составляется представление о площадной или объемной связности [1].

Процедура формирования профильной матричной корреляционной функции начинается с формирования первого однородного множества координат X_1 (первая строка) с равномерным шагом ΔX_p , в которых установлены атрибутивные признаки. Совокупность других однородных атрибутивных признаков (технологическое свойство, содержание компонента, мощность пласты, его отметки и т.п.) измерена в тех же точках профиля и характеризуется, соответственно, множествами X_2, X_3, X_4 и т.д., индексы которых идентифицируют физическую принадлежность одному из множеств. Профильная метрическая матрица геоданных при n точках в профиле и числе учитываемых по ним атрибутов, из которых составлено i однородных множеств, представляется в виде [1]:

$$[M_{mn}] = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{i1} & X_{i2} & X_{i3} & \dots & X_{in} \end{bmatrix} \quad (1).$$

Преобразование элементов матрицы (1) в матрицу профильных централизованных параметров осуществляется с использованием выражения:

$$x_{in} = \frac{X_{in} - \bar{X}_i}{\sigma_i},$$

где i – номер строки (однородного множества геоданных); n – номер столбца (точки профиля); \bar{X}_i, σ_i – среднее значение и среднеквад-

ратичное отклонение значений соответствующей физической величины, учитываемой в i -й строке матрицы (1).

В результате преобразования получается матрица профильных центрально нормированных переменных:

$$[M] = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & x_{i2} & x_{i3} & \dots & x_{in} \end{bmatrix} \quad (2).$$

Для описания координатно-атрибутивной связи геоданных предварительно задается число единичных интервалов l , разделяющих две точки опробования. Число интервалов, транзитивно передвигающихся по длине профиля, ограничивается целочисленным значением l в пределах от 0 до $n-2$. При принятии этих условий координатно-атрибутивную связь можно выразить в виде произведения матриц [1]:

$$[K(l)] = \frac{1}{n-1-l} [M^-(l)] [M^+(l)] \quad (3),$$

где $[M^-(l)], [M^+(l)]$ – матрицы, получаемые из централизованной матрицы (1) в результате удаления l столбцов с левого края (знак минус) и, соответственно, с правого края (знак плюс); T – знак транспонирования матрицы.

На коэффициент корреляции $K(l)$ влияют число точек профиля, величина интервала l и характер распределения исследуемых атрибутивных признаков вдоль профиля. При значении $l = 0$ из (3) получается симметричная матрица (диагональные элементы равны единице) коэффициентов корреляции, отображающая связь геоданных по совмещенным точкам профиля. По значению каждого коэффициента $K_{1i}(0)$ первой строки матрицы оценивают уровень пространственно-атрибутивной связи соответствующего признака. Повышенное значение указывает на наличие тренда, и тогда пространственно-атрибутивная связь распространяется на весь профиль. Низкое значение коэффициента отражает преобладание случайной компоненты в распределении признака по профилю. При этом корреляционная связь существует лишь на ограниченном расстоянии, т.е. в пределах интервала автокорреляции l_k .

Для выявления закономерности изменения признака в пределах интервала автокорреляции по выделенному профилю перспек-

тивно использование полиноминого тренд-анализа [2]. Построение тренда может быть осуществлено на принципах самосогласования или самоопределения.

Предполагается, что любое из наблюдаемых значений признака Z_i состоит из суммы двух компонент, одна из которых Z_{Ti} – закономерная, т.е. трендовая составляющая, а другая Z_{ci} – случайная:

$$Z_{ci} = Z_i - Z_{Ti}$$

Дисперсия признака $\sigma_{случ}^2$ с учетом этой разности сравнивается с его дисперсией $\sigma_{оптим}^2$, обусловленной воспроизводимостью метода получения признака в точке сети и влиянием незначимых структурных неоднородностей объекта вдоль каждого трендового аргумента. Соотношение

$$\sigma_{случ}^2 \leq \sigma_{оптим}^2$$

является критерием, по которому оценивается степень самодостаточности, т.е. согласованности тренда. Величина $\sigma_{оптим}^2$ устанавливается на основе анализа полувариограммы $\gamma(\Delta x)$ [2] случайной величины:

$$\gamma(\Delta x) = \frac{1}{2n} \sum_i [Z_c(x_i + \Delta x) - Z_c(x_i)]^2,$$

где Δx – интервал между значениями аргумента x и $x_i + \Delta x$; n – число возможных интервалов Δx на множестве x_i .

В качестве оптимальной $\sigma_{оптим}^2$ принимается дисперсия $\sigma_{случ}^2$, при которой минимумы полувариограмм, разделенные размерами значимых структурных неоднородностей объекта, близки к нулю или принимают заданную допустимо малую величину. Разделение значимых и незначимых структурных неоднородностей горно-геологических и технологических объектов и, соответственно, выделение случайной составляющей признака зависит от информационных требований, содержащихся в поставленной горно-геологической задаче [2].

Оценка значений исследуемого признака в промежуточных точках геопространства относительно соседних известных значений основана на предположении, что каждая входная точка имеет влияние, убывающее с расстоянием. Чем ближе точка к обрабатываемой ячейке, тем больше ее вес, т.е. влияние переменной, по которой ведется расчет, уменьшается при увеличении расстояния от исходной точки [3]:

$$Z = \frac{1}{q} \sum_{q=1}^q \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Z_i}{l_i^{p_i}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{l_i^{p_i}}},$$

где Z – рассчитываемое значение признака в оцениваемом объеме, зависящем от размеров регулярной сетки; z_i – значение в i -м узле интерполяции, в пределах области автокорреляции; l_i – расстояние от исследуемой точки до соответствующих проб; p_i – степень трендовой составляющей признака вдоль профиля i ; n – количество точек на профиле; q – количество выделяемых профилей, включающих рассчитываемую точку.

Разработанный в соответствии с вышеизложенной математической схемой алгоритм пространственно-факторной связи геотехнологических данных последовательно решает задачи профильного, площадного и объемного моделирования [4].

Моделирование профиля является базовой основой программного комплекса и позволяет получать оценки интервалов корреляционной связности атрибутивных признаков



Рис. 1. Блок-схема построения цифровой модели россыпного месторождения

между собой и выявлять закономерности их изменения вдоль выделенного профиля [2].

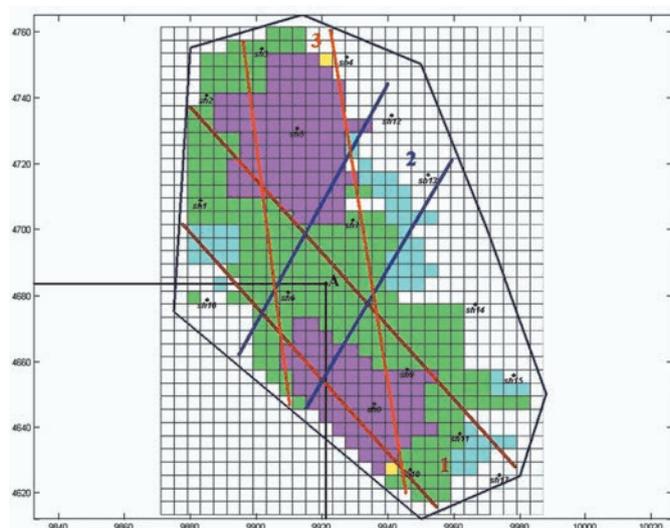
Площадное моделирование является дальнейшим развитием подсистемы моделирования профиля и позволяет в полностью автоматическом режиме создавать двухмерные цифровые модели по месторождению на основе фактических данных. С помощью данной подсистемы можно строить погоризонтные планы и разрезы или карты усредненных показателей признаков по всему месторождению [4].

Объемное моделирование является следующим этапом развития подсистемы площадного моделирования и позволяет в полностью автоматическом режиме создавать трехмерные цифровые модели по месторождению на основе фактических данных, полученных в ходе разведки (данные анализа керна, геофизических исследований и др.) и эксплуатации (*рис. 1*).

С использованием предложенного математического аппарата создана модель 3 техногенных образований россыпного золота реки Винновка, расположенных на восточном склоне Среднего Урала в 16 км к северо-востоку от Нижнего Тагила и представляющих собой чередование участков гале-эфельных отвалов и участков выборочной ручной старательской отработки первичной россыпи. Оконтуривание блоков по глубине россыпи было выполнено на всю мощность продуктивной толщи. Подсчет объемов на отвале 1 при среднем содержании золота не менее 240 мг/м³ произведен согласно *табл. 1*. Оконтуривание блоков по глубине россыпи выполнено на всю мощность продуктивной толщи, т.к. интервалы опробования шурфов соответствуют их

Рис. 2.

Отвал № 1 с выделенными профилями для расчета значения содержания золота в точке А



Шурф	X	Y	Au, мг/м ³
sh1	9883,08	4708,61	140
sh2	9884,92	4740,49	132
sh3	9901,69	4754,71	141
sh4	9927,51	4752,11	27
sh5	9912,42	4730,48	1015
sh6	9909,7	4680,79	146
sh7	9929,3	4702,62	180
sh8	9935,84	4646,94	696
sh9	9945,78	4657,44	180
sh10	9946,78	4627,01	135
sh11	9961,78	4637,92	154
sh12	9941,11	4734,4	32
sh13	9952,19	4716,34	12
sh14	9966,46	4677,19	2
sh15	9978,15	4655,64	10
sh16	9885,11	4678,55	24
sh17	9973,76	4625,29	12

Табл. 1.

Исходные данные по отвалу техногенной россыпи золота реки Винновка

глубинам и в результате валового опробования получалось содержание, характеризующее всю галечно-песчаную толщу отвала.

При моделировании принята следующая цветовая схема по содержанию золота в отвалах:

- — более 270 мг/м³;
- — 240–270 мг/м³;
- — 120–240 мг/м³;
- — 60–120 мг/м³.

Расчеты балансовых запасов традиционным способом и на компьютере по трем отвалам (*табл. 2*) произведены при среднем содержании золота в контуре не менее 240 мг/м³. Отличие количества золота и среднего его содержания в отвале № 1 обусловлено, по видимому, появлением на отдельных участках областей повышенных значений параметров, установленной с учетом тренда на участке более редкой разведочной сети.

Процедура построения карт рассмотрена на примере расчета значения содержания золота в ячейке А (9922; 4683), расположенной в межскважинном пространстве сети разведочных шурфов отвала № 1 (*рис. 2*). Для определения содержания в ячейке А относительно нее программно формируется последовательный круговой обзор с заданным углом поворота в виде профиля (полосы) шириной, соответствующей среднему расстоянию между скважинами. Анализ производится по профилям, в которые попало более 3 проб.

Табл. 2.
Результаты традиционного/компьютерного расчета

Площадь отвала, тыс. м ²	Средняя мощность, м	Объем горной массы, тыс. м ³	Среднее содержание Au, мг/м ³	Запас Au, кг
6,1 / 5,3	2,2 / 2,2	13,3 / 11,4	233 / 295	3,1 / 3,4

Например, для отвала № 1 сформировались три профиля, включающие, соответственно, шурфы: профиль 1 – № 1, 6, 8, 9, 10, 11, 17; профиль 2 – № 6, 7, 12, 13 и профиль 3 – № 3, 5, 7, 6, 8.

Далее программа оценивает уровень пространственной корреляционной связности по каждому из выделенных профилей, за l принимается расстояние, равное среднему расстоянию между скважинами, т.е. примерно 25 м. Результаты расчетов по профилям с использованием ППГМ представлены на **рис. 3**.

Первый профиль: корреляционная матрица

$$K_{L=0} = \begin{bmatrix} 1 & -0,01 \\ -0,01 & 1 \end{bmatrix},$$

определитель матрицы $D = 0,99987$.

Низкое значение коэффициента корреляции свидетельствует о преобладании случайной компоненты в распределении золота по профилю 1, т.е. корреляционная связь существует в пределах интервала автокорреляции $l = 57,5$ м.

Второй профиль: корреляционная матрица

$$K_{L=0} = \begin{bmatrix} 1 & -0,75 \\ -0,75 & 1 \end{bmatrix},$$

определитель матрицы $D = 0,44493$.

Повышенное значение коэффициента корреляции указывает на наличие тренда, т.е. пространственно-атрибутивная связь распространяется на весь профиль.

Третий профиль: корреляционная матрица

$$K_{L=0} = \begin{bmatrix} 1 & -0,11 \\ -0,11 & 1 \end{bmatrix},$$

определитель матрицы $D = 0,98794$.

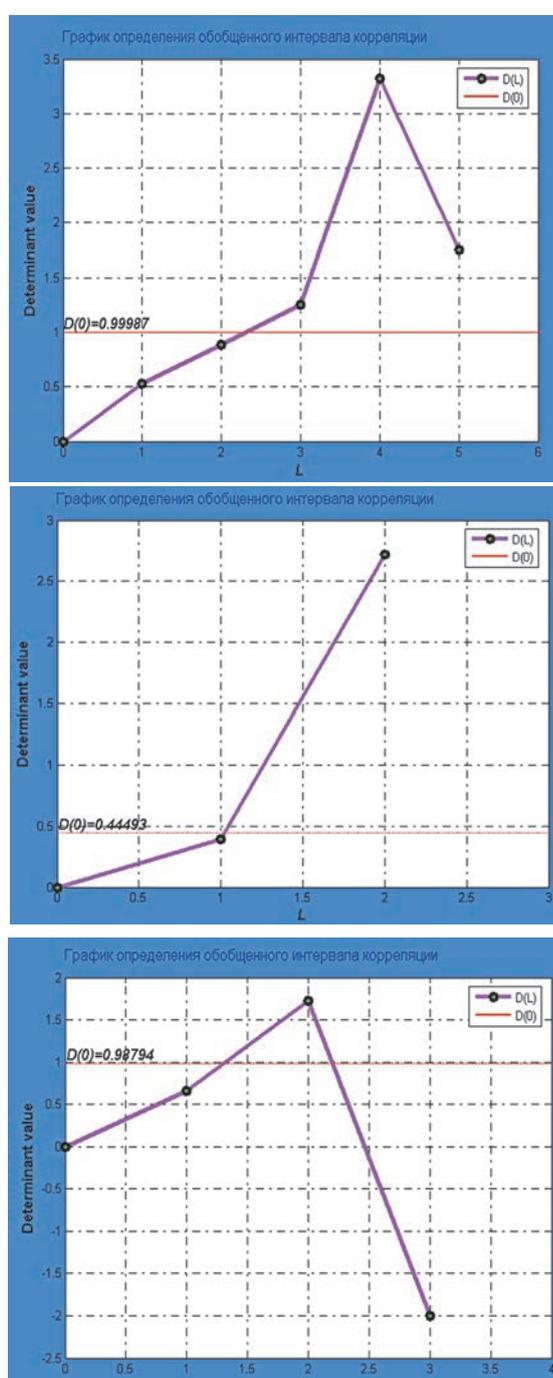
Низкое значение коэффициента корреляции свидетельствует о преобладании случайной компоненты в распределении золота по профилю 1, т.е. корреляционная связь существует в пределах интервала автокорреляции $l = 32,5$ м.

Таким образом, по результатам расчета формируется область пространственной автокорреляции по отвалу № 1 относительно оце-

ниваемой точки, в которую включены исходные точки опробования по профилям:

Рис. 3.

Значения корреляционной связности по профилям 1, 2 и 3



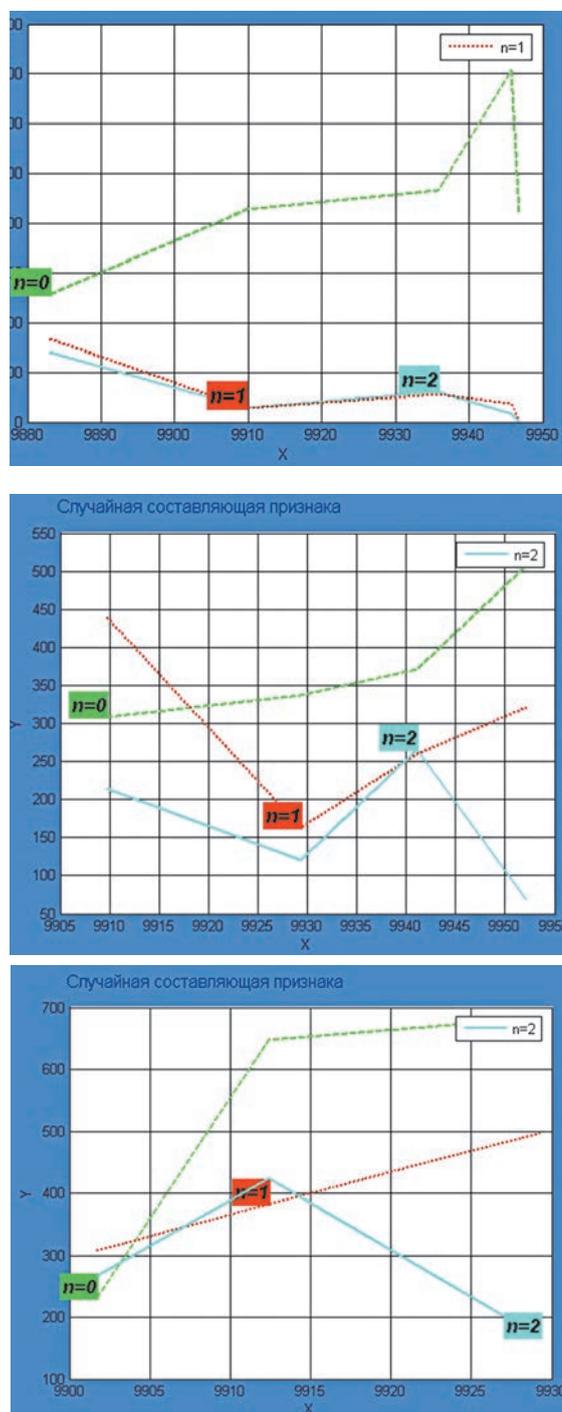


Рис. 4.
Значение самосоглазованного полинома степени n
по профилям 1, 2 и 3

- 1 – шурфы № 1, 6, 8, 9;
- 2 – шурфы № 6, 7, 12, 13;
- 3 – шурфы № 7, 6.

После оценки интервалов автокорреляции определяется вид распределения рассчитываемого признака вдоль профилей в пределах установленной области автокорреляции, т.е. производится выявление самосоглазованного тренда.

Стартовый расчет тренда начинается со степени $n = 0$. На каждом этапе его дальнейшего развития в зависимости от состояния полувариограмм строится полином повышенной степени. На **рис. 4** для профиля 1 график полувариограммы с шифром $n = 0$ имеет возрастающий характер и минимальные значения, существенно удаленные от оси X , что свидетельствует о необходимости развития тренда в поисках еще не раскрытой закономерности, хотя определенная периодичность графика указывает на наличие повторяющихся вдоль горной выработки неоднородных структур. При повышении порядка тренда до $n = 1$ минимумы становятся существенно ближе к нулевой отметке, и расстояние между ними соответствует заданному уровню значимости. Повышение степени до $n = 2$ и $n = 3$ не приносит существенных изменений в выявленную закономерность, т.е. дальнейшее развитие тренда приведет к отображению уже не значимых по размеру структур горной выработки.

Таким образом, закономерность изменения содержания золота вдоль профиля 1 можно адекватно описать линейным полиномом. Проведя аналогичные расчеты для профилей 2 и 3, получим оптимальную степень полинома $n = 2$.

После выявления закономерности распределения золота вдоль указанных профилей вычисляются значения признака в исследуемой ячейке A относительно значений содержания золота ($г/м^3$) в шурфах, принадлежащих области автокорреляции по выделенному профилю.

По профилю 1 (шурфы 1, 6, 8, 9):

$$c_1 = \frac{\frac{140}{55} + \frac{146}{15} + \frac{696}{48} + \frac{180}{40}}{\frac{1}{55} + \frac{1}{15} + \frac{1}{48} + \frac{1}{40}} = 238,78,$$

$$c_2 = \frac{\frac{146}{15^2} + \frac{189}{24^2} + \frac{3}{64^2} + \frac{12}{56^2}}{\frac{1}{15^2} + \frac{1}{24^2} + \frac{1}{64^2} + \frac{1}{56^2}} = 161,29,$$

$$c_3 = \frac{\frac{146}{15^2} + \frac{189}{24^2}}{\frac{1}{15^2} + \frac{1}{24^2}} = 160,65.$$

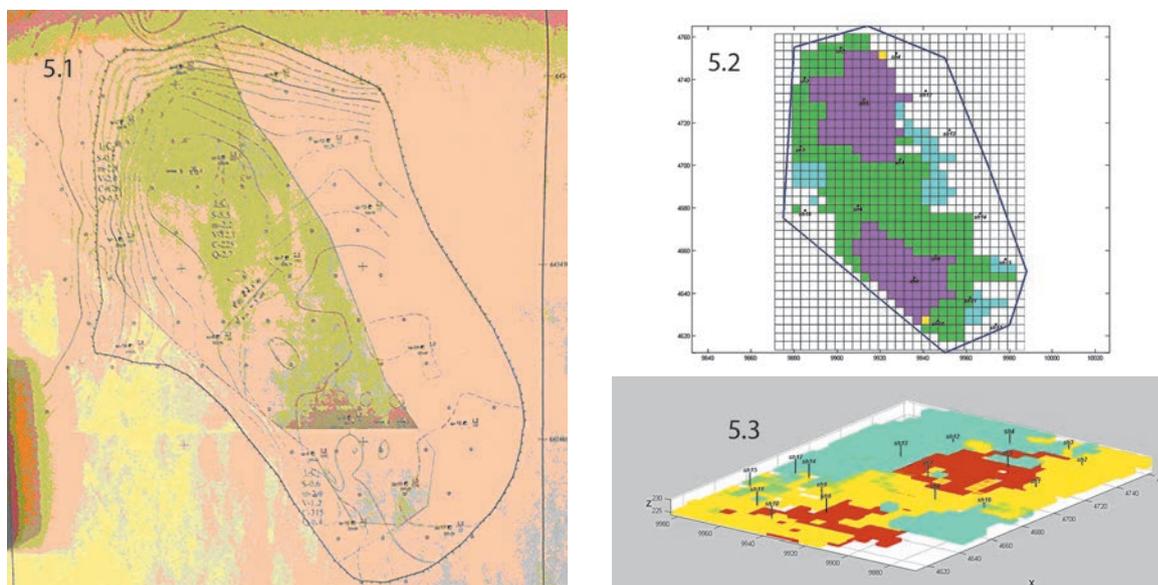


Рис. 5.
Традиционное оконтуривание (1) и компьютерное моделирование распределения золота на плоскости (2) и в пространстве (3)

Итоговое значение по всем рассчитываемым профилям:

$$c = \frac{c_1 + c_2 + c_3}{3} = 186,9.$$

Таким образом, содержание золота в ячейке А (9922; 4683) = 186,9 г/м³, что по цветовой шкале соответствует зеленому цвету и указано на окончательной смоделированной карте отвала.

Аналогично рассчитывается содержание полезного компонента в остальных ячейках карты месторождения.

Расчет, проводимый в каждой ячейке регулярной сети, позволяет точнее отобразить конечное распределение содержания, которое

зачастую не выявляется при оконтуривании линейной интерполяцией, что имеет чрезвычайно большое значение при технико-экономическом анализе и значительно облегчает работу инженерно-технических работников предприятия.

Построение трехмерной модели ведется аналогично построению двухмерных карт в каждом рассчитываемом горизонте с шагом по вертикали, определяемым задаваемой минимальной расчетной мощностью рудного простейка (рис. 5).

Таким образом, предложенный алгоритм и разработанное программное обеспечение позволяют моделировать распределения полезного компонента в золотосодержащей россыпи и техногенном золотосодержащем образовании (отвале), сократить время проведения расчета, обеспечивая оперативный доступ к информации, необходимой для принятия эффективных управленческих решений. ■

Литература

1. Антонов В.А., Аленичев В.М. Оценка корреляционной связности геоданных горного предприятия // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2007. № 10. С. 318–322.
2. Антонов В.А., Уманский А.Б., Аленичев В.М., Смирнов А.Л., Рычков В.Н. Автоматизированная информационная система оценки интервалов корреляционной связности признаков геотехногенных объектов // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2008. № 10. С. 76–85.
3. Аленичев В.М., Уманский А.Б. Построение цифровой модели месторождения с учетом динамической корреляционной связности признаков // Геотехнологические проблемы комплексного освоения недр. Сборник научных трудов. Вып. 4/94. ИГД УрО РАН. Екатеринбург. 2008. С. 255–261.
4. Аленичев В.М., Аленичев М.В., Уманский А.Б. Геоинформационное обеспечение проблемы полноты извлечения запасов при разработке россыпей // Горный информационно-аналитический бюллетень. Информация и управление. 2011. № 0В6. С. 51–63.